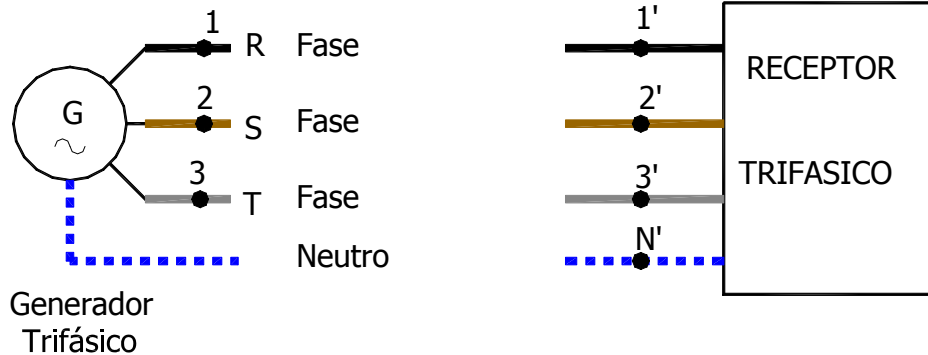


Tema 9

Potencia en Sistemas Trifásicos



Índice

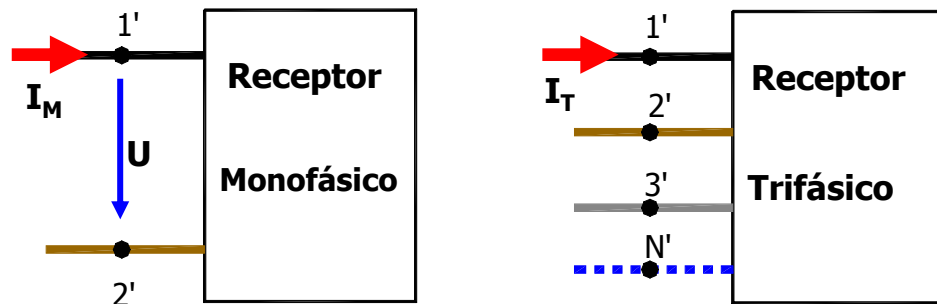
9.1.- **Potencias** en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

9.2.- Corrección del factor de potencia.

9.3.- **Medida** de la **potencia ACTIVA** en sistemas trifásicos.

9.4.- **Medida** de la **potencia REACTIVA** en sistemas trifásicos.

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.



$$P_M = UI_M \cos \varphi$$

$$Q_M = UI_M \sin \varphi$$

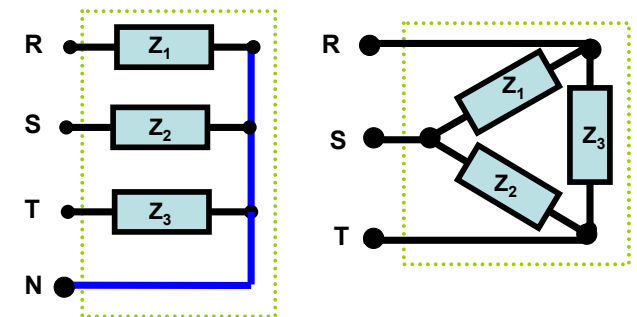
$$S_M = UI_M$$

$$P_T = ?$$

$$Q_T = ?$$

$$S_T = ?$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.



$$Z_1 \Rightarrow u_1(t) = U_0 \sin(\omega t) \Rightarrow i_1(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi_1) \Rightarrow p_1(t) = u_1 i_1 \Rightarrow P_1 = UI_1 \cos \varphi_1$$

$$Z_2 \Rightarrow u_2(t) = U_0 \sin(\omega t - 120^\circ) \Rightarrow i_2(t) = I_0 \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi_2) \Rightarrow p_2(t) = u_2 i_2 \Rightarrow P_2 = UI_2 \cos \varphi_2$$

$$Z_3 \Rightarrow u_3(t) = U_0 \sin(\omega t - 240^\circ) \Rightarrow i_3(t) = I_0 \sin(\omega t - 240^\circ - \varphi_3) \Rightarrow p_3(t) = u_3 i_3 \Rightarrow P_3 = UI_3 \cos \varphi_3$$

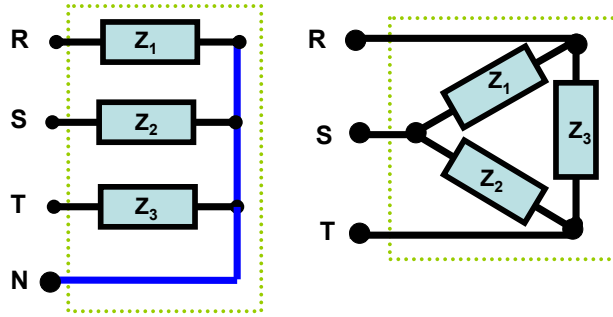
$$p_T(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 \Rightarrow P_T = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

$$\bar{S}_T = P_T + Q_T j = S_T \angle \varphi_T$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.



$$\bar{S}_T = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3$$

$$\begin{cases} Z_1 \Rightarrow \bar{S}_1 = P_1 + Q_1 j \\ Z_2 \Rightarrow \bar{S}_2 = P_2 + Q_2 j \\ Z_3 \Rightarrow \bar{S}_3 = P_3 + Q_3 j \end{cases}$$

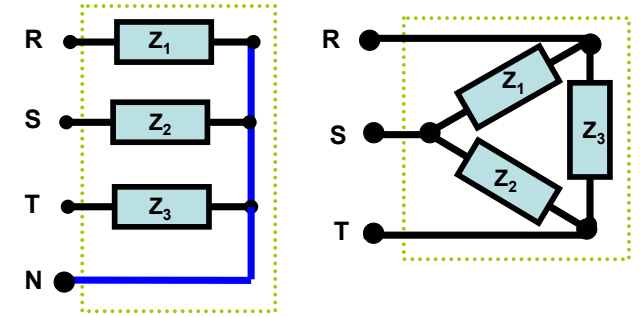
$$S_T = \underbrace{(P_1 + P_2 + P_3)}_{P_T} + \underbrace{(Q_1 + Q_2 + Q_3)}_{Q_T} j$$

$$\bar{S}_T = P_T + Q_T j = S_T |_{\varphi_T}$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

Cargas equilibradas:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = Z |_{\varphi}$$



$$\begin{aligned} Z_1 \Rightarrow u_1(t) &= \sqrt{2} U \cos(\omega t) & \Rightarrow i_1(t) &= \sqrt{2} I \cos(\omega t - \varphi) & \Rightarrow p_1(t) &= u_1 i_1 \\ Z_2 \Rightarrow u_2(t) &= \sqrt{2} U \cos(\omega t - 120^\circ) & \Rightarrow i_2(t) &= \sqrt{2} I \cos(\omega t - 120^\circ - \varphi) & \Rightarrow p_2(t) &= u_2 i_2 \\ Z_3 \Rightarrow u_3(t) &= \sqrt{2} U \cos(\omega t - 240^\circ) & \Rightarrow i_3(t) &= \sqrt{2} I \cos(\omega t - 240^\circ - \varphi) & \Rightarrow p_3(t) &= u_3 i_3 \end{aligned}$$

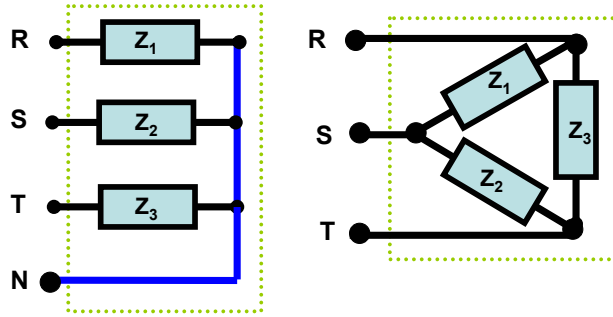
$$\begin{aligned} p_1(t) &= 2 U I \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) \\ p_2(t) &= 2 U I \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\omega t - 120^\circ - \varphi) \\ p_3(t) &= 2 U I \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\omega t - 240^\circ - \varphi) \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Hacemos el cambio:} \\ \cos(a) \cos(b) = \\ = 0,5 \cos(a+b) + 0,5 \cos(a-b) \end{array}$$

$$p_T(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

Cargas equilibradas:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = Z |_{\varphi}$$



Hacemos el cambio: $\cos(a) \cos(b) = 0,5 \cos(a+b) + 0,5 \cos(a-b)$

$$p_1(t) = 2 U_F I_F \cos(\omega t) \cos(\omega t - \varphi) = U_F I_F \cos(2\omega t - 0^\circ - \varphi) + U_F I_F \cos(\varphi)$$

$$p_2(t) = 2 U_F I_F \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\omega t - 120^\circ - \varphi) = U_F I_F \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi) + U_F I_F \cos(\varphi)$$

$$p_3(t) = 2 U_F I_F \cos(\omega t - 240^\circ) \cos(\omega t - 240^\circ - \varphi) = U_F I_F \cos(2\omega t - 120^\circ - \varphi) + U_F I_F \cos(\varphi)$$

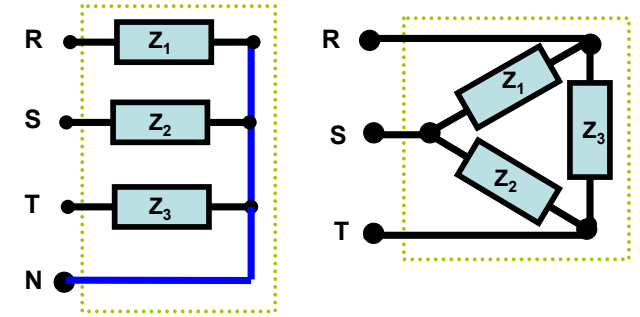
$$p_T(t) = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3 = 0 + 3 U_F I_F \cos(\varphi)$$

$$p_T(t) = 3 U_F I_F \cos(\varphi) \Rightarrow P_T = p_T(t) = 3 U_F I_F \cos(\varphi)$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

Cargas equilibradas:

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = Z |_{\varphi}$$



$$p_T(t) = 3 U_F I_F \cos(\varphi) \Rightarrow P_T = 3 U_F I_F \cos(\varphi)$$

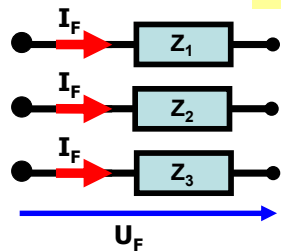
$$Q_T = 3 U_F I_F \sin(\varphi)$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$$

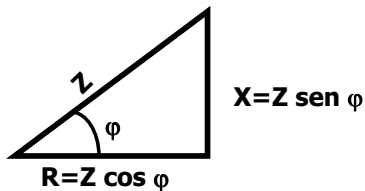
$$S_T = 3 U_F I_F$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

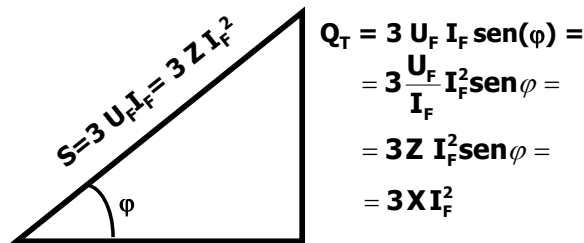
Cargas equilibradas: $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3 = Z \angle \varphi$



$$\frac{U_F}{I_F} = Z$$



Triangulo de Impedancia



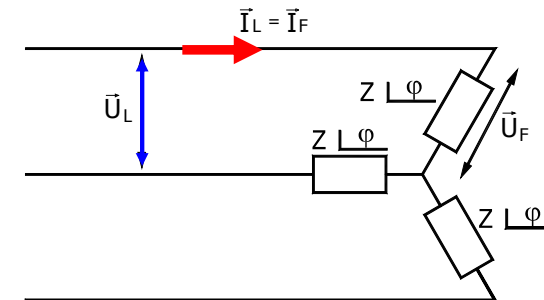
$$P_T = 3 U_F I_F \cos(\varphi) = 3 \frac{U_F}{I_F} I_F^2 \cos \varphi = 3 Z I_F^2 \cos \varphi = 3 R I_F^2$$

Triangulo de potencias de la carga trifásica equilibrada

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

Potencias en función de los valores de Línea:

Cargas equilibradas en estrella:



$$U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

$$I_L = I_F$$

$$P_T = 3 U_F I_F \cos(\varphi) \Rightarrow P_T = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

$$Q_T = 3 U_F I_F \sin(\varphi) \Rightarrow Q_T = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

$$S_T = 3 U_F I_F \Rightarrow S_T = 3 \frac{U_L}{\sqrt{3}} I_L = \sqrt{3} U_L I_L$$

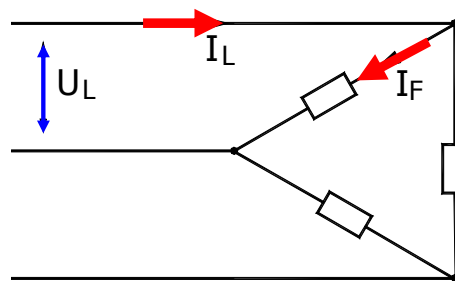
9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

Potencias en función de los valores de Línea:

Cargas equilibradas en triángulo:

$$U_L = U_F$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$



$$P_T = 3 U_F I_F \cos(\varphi) \Rightarrow P_T = 3 U_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

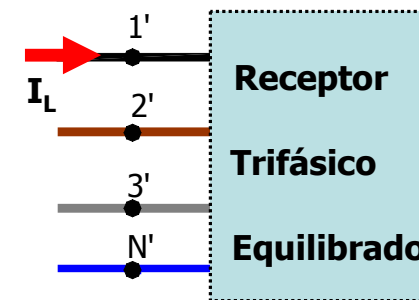
$$Q_T = 3 U_F I_F \sin(\varphi) \Rightarrow Q_T = 3 U_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

$$S_T = 3 U_F I_F \Rightarrow S_T = 3 U_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} U_L I_L$$

9.1.- Potencias en sistemas equilibrados y simétricos en tensiones.

Potencias en función de los valores de Línea:

Cargas equilibradas:

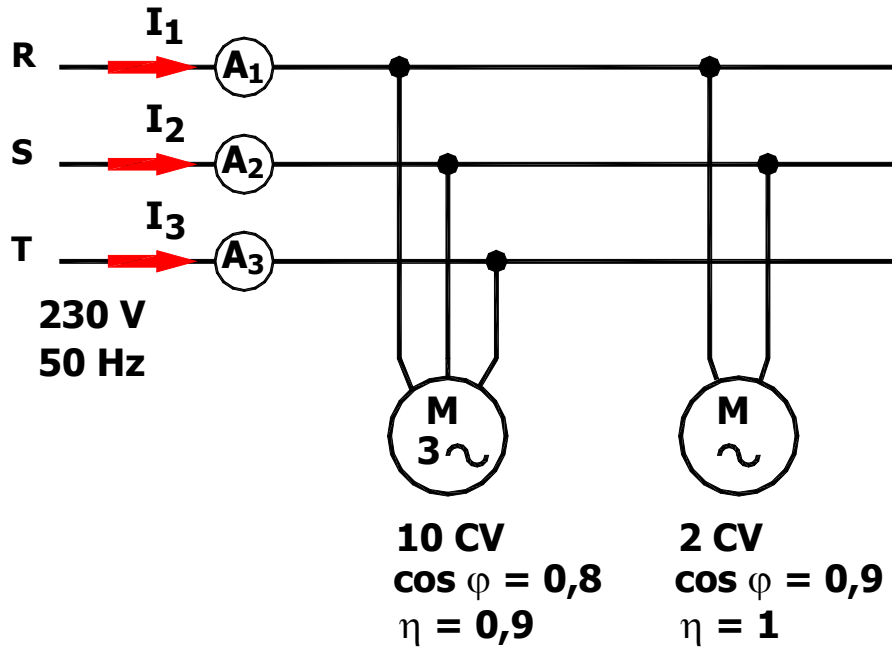


$$P_T = 3 U_F I_F \cos(\varphi) \Rightarrow P_T = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

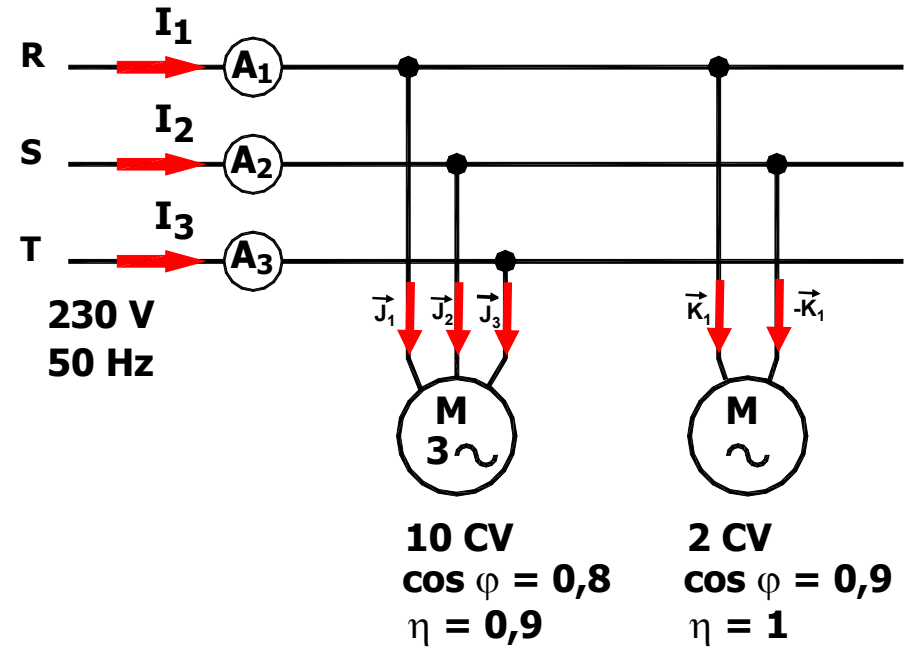
$$Q_T = 3 U_F I_F \sin(\varphi) \Rightarrow Q_T = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

$$S_T = 3 U_F I_F \Rightarrow S_T = \sqrt{3} U_L I_L$$

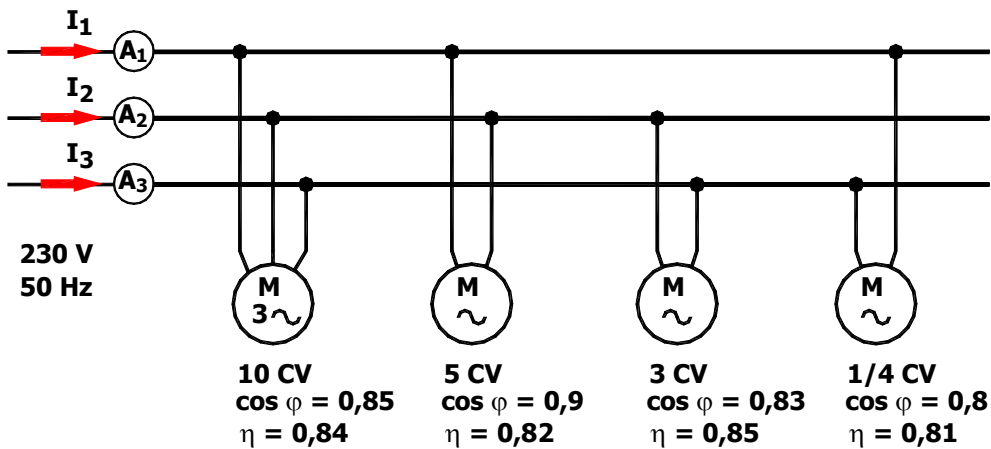
Ejercicio 1: Calcular la lectura de los tres amperímetros:



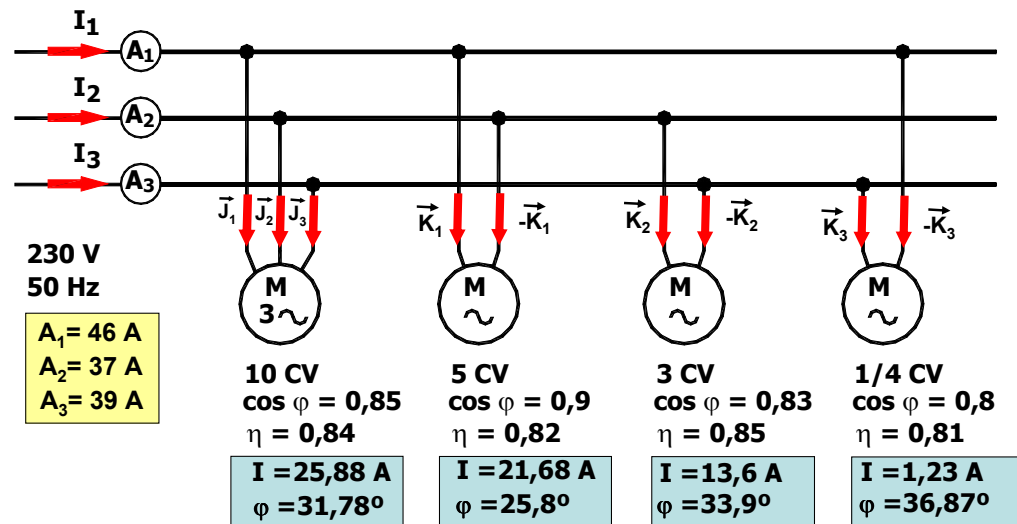
Ejercicio 1: Calcular la lectura de los tres amperímetros:



Ejercicio 2: Calcular la lectura de los tres amperímetros:



Ejercicio 2: Calcular la lectura de los tres amperímetros:

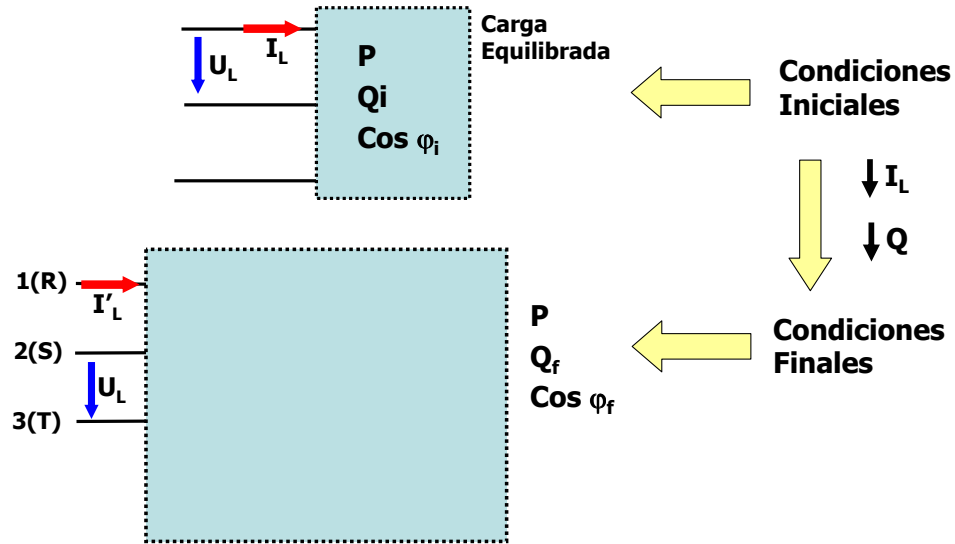


Carga Trifásica: $P_T = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$

Carga Monofásica: $P_M = U I_M \cos \varphi$

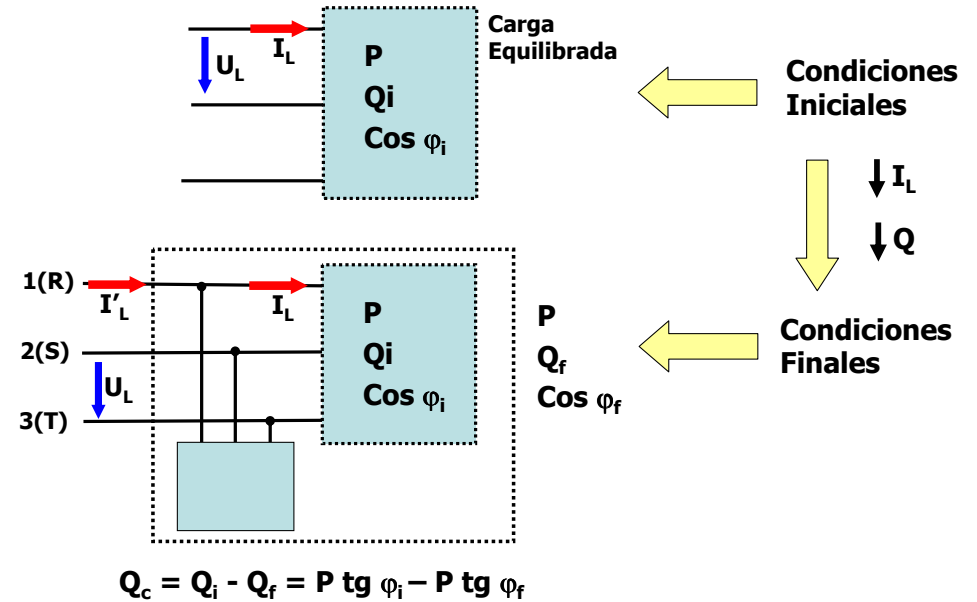
9.2. CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Mejora del factor de potencia en las instalaciones eléctricas equilibradas.



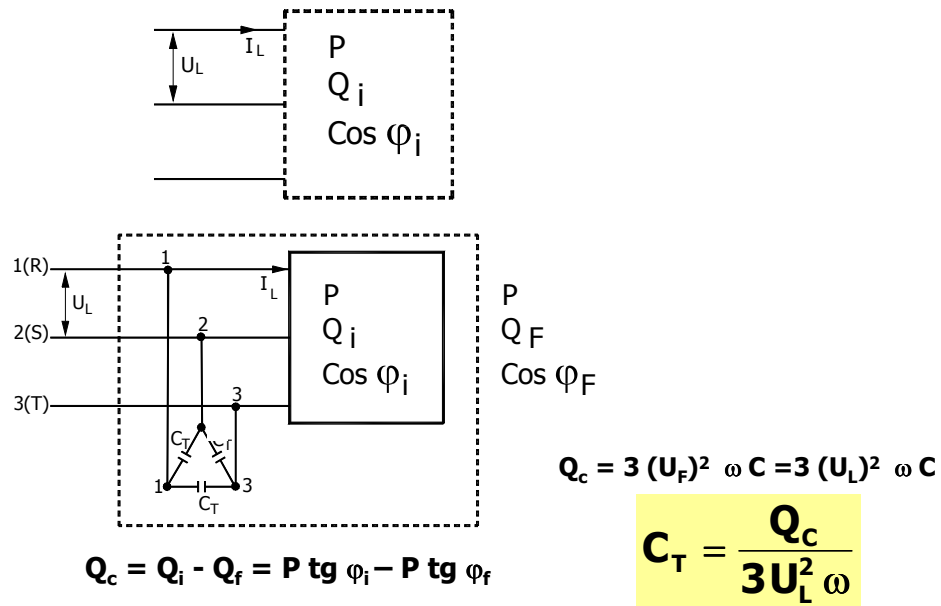
9.2. CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Mejora del factor de potencia en las instalaciones eléctricas equilibradas.



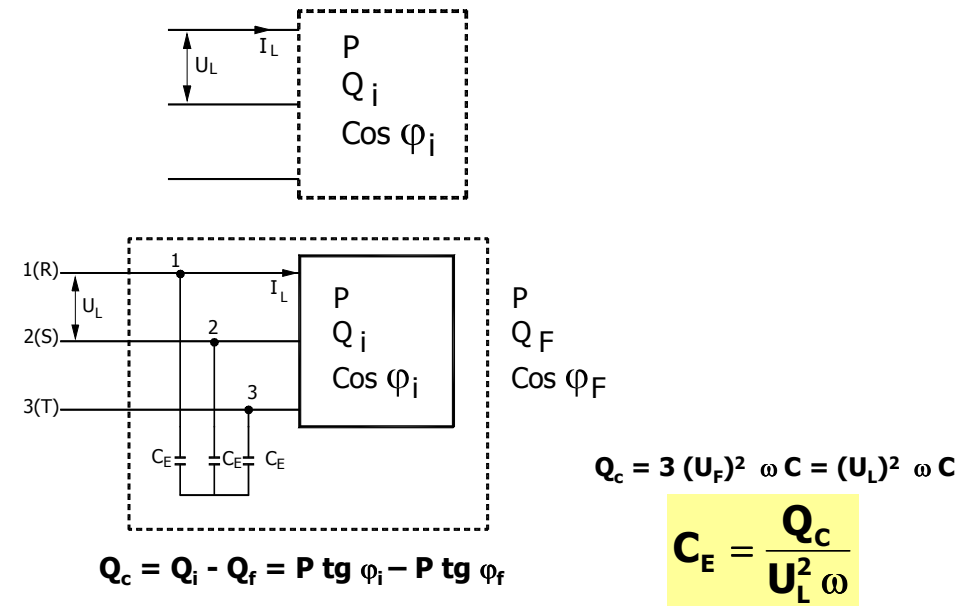
9.2. CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Mejora del factor de potencia en las instalaciones eléctricas equilibradas.

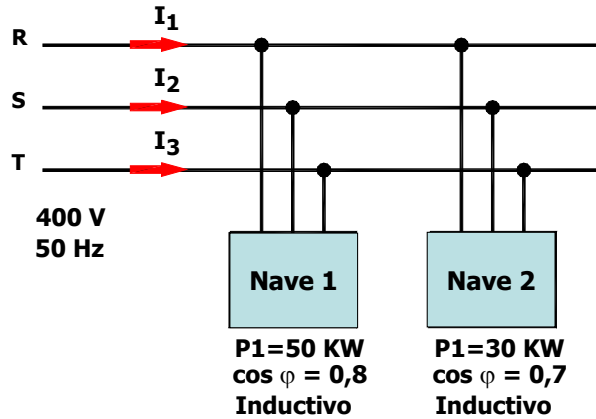


9.2. CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

Mejora del factor de potencia en las instalaciones eléctricas equilibradas.



Ejercicio 3: La red de eléctrica de dos naves agroindustriales se alimentan de un sistema trifásico de tensiones equilibradas. Si se supone que las cargas en cada nave están equilibradas y de valores dados en el siguiente esquema, Calcular:

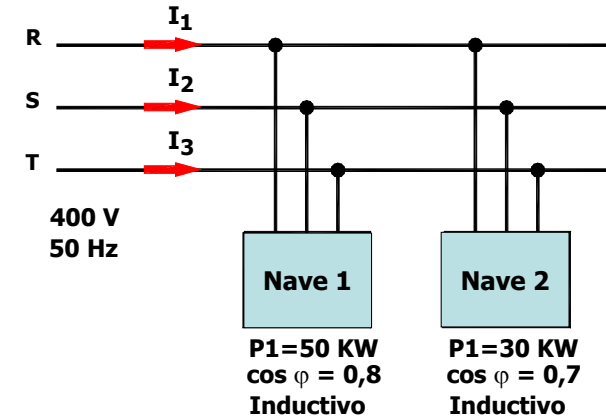


1.- Intensidad de línea y f.d.p. general

2.- Estrella equivalente a la nave 1 y Triangulo equivalente a la nave 2.

3.- Si se desea corregir el factor de potencia conjuntamente, Nave 1+ Nave 2, hasta 0,9 determinar la Q total necesaria de la batería de condensadores.

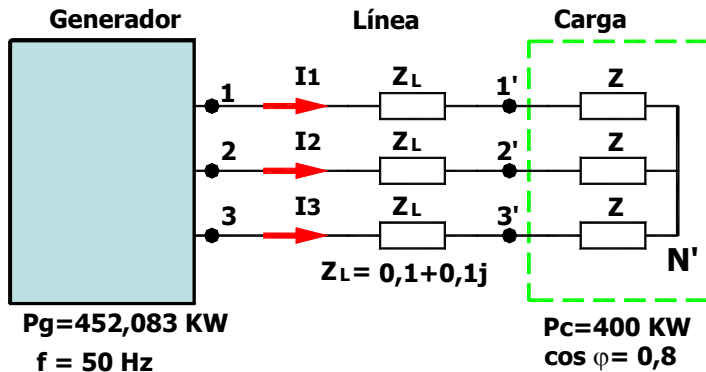
Ejercicio 3: La red de eléctrica de dos naves agroindustriales se alimentan de un sistema trifásico de tensiones equilibradas. Si se supone que las cargas en cada nave están equilibradas y de valores dados en el siguiente esquema, Calcular:



Solución:

	U (V)	P (W)	Q (Var)	S (VA)	cos φ	I (A)	ZE	f(°)	RE	XE
Local 1	400	50000	37500	62500	0,8	90,2	2,56	36,87	2,05	1,54
Loca 2	400	30000	30606	42857	0,7	61,9	3,73	45,57	2,61	2,67
Total	400	80000	68106	105063	0,76	151,7	1,52	40,41	1,16	0,98
Cond	400	0	-29360	29360		42,4	5,45	-90,00	0,00	-5,45
Total	400	80000	38746	88889	0,9	128,3	1,80	25,84	1,62	0,78

Ejercicio 4: Un generador trifásico a 50 Hz cede una potencia de 452,083 kW. La carga pasiva consume 400 kW con f.d.p. 0,8 inductivo. (ver esquema)



Determinar:

1.- La intensidad, tensión e impedancia por fase de la carga.

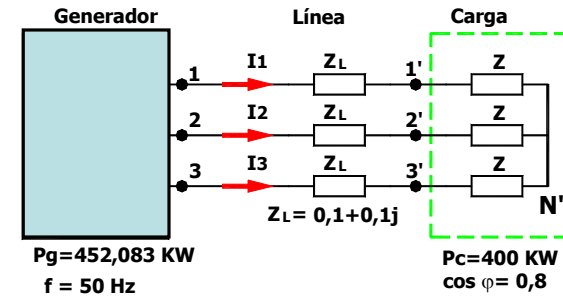
2.- Tensión de línea en el generador.

3.- La batería de condensadores que se conectara en paralelo con la carga para que el factor de potencia (carga + batería) sea de 1.

4.- Si se supone que la tensión en bornes de la carga se mantiene constante una vez instalada la batería de condensadores, calcular la nueva intensidad de línea.

5.- Tensión de línea en el generador en el caso supuesto del apartado 4.

Ejercicio 4: Un generador trifásico a 50 Hz cede una potencia de 452,083 kW. La carga pasiva consume 400 kW con f.d.p. 0,8 inductivo. (ver esquema)



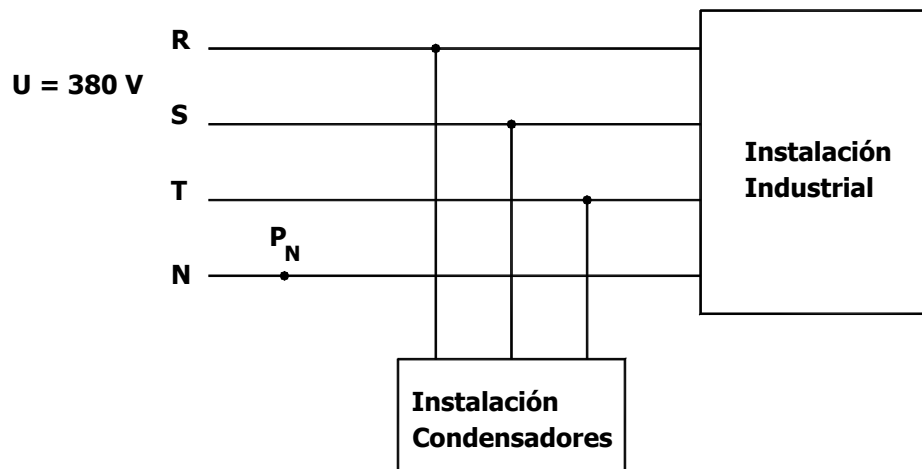
Solución:

	U (V)	P (W)	Q (Var)	S (VA)	cos φ	I (A)	ZE	f(°)	RE	XE
Carga	693	400.000	300.000	500.000	0,80	417	0,96	36,9	0,77	0,58
Línea		52.083	52.083	73.656		417	0,14	45,0	0,1	0,1
Total L+C	794	452.083	352.083	573.010	0,79	417	1,10	37,9	0,87	0,68

Carga	693	400.000	300.000	500.000	0,8	417	0,96	36,9	0,8	0,6
Cond.	693	0	300.000	300.000		250	1,60	90,0	0,0	1,6
Total Z.	693	400.000	0,	400.000	1,0	333	1,20	0,0	1,2	0,0
Línea		33.333	33.333	47.140		333,3	0,14	45,0	0,1	0,1
Total G.	753	433.333	33.333	434.613	0,99	333,3	1,30	4,4	1,3	0,1

Ejercicio 6: Una instalación industrial que se alimenta de una red trifásica (380/220 V) dispone de los siguientes receptores:

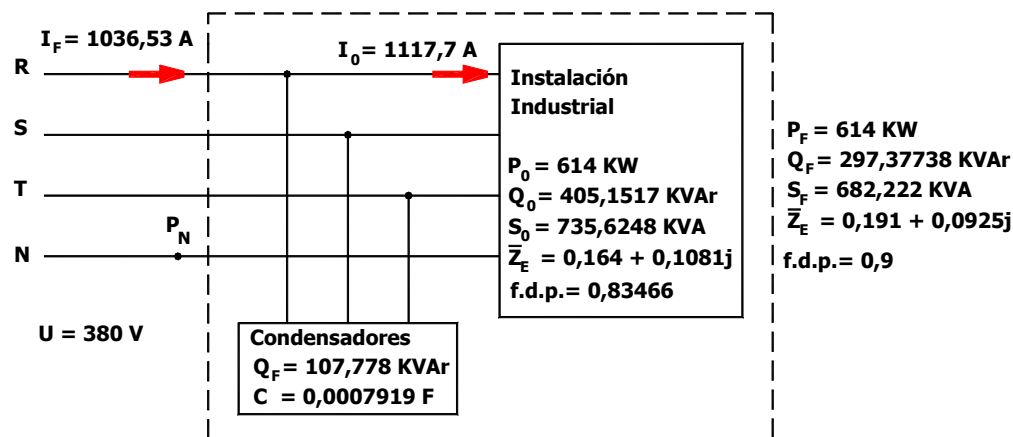
- a) Tres motores trifásicos de 100 CV, $\eta = 92\%$ y $\cos \varphi = 0,8$
- b) 25 motores trifásicos de 10 CV, $\eta = 80\%$ y $\cos \varphi = 0,75$
- c) 90 calefactores monofásicos de 380 V, 1200 W
- d) 600 tubos fluorescentes de alumbrado de 220 V, 60 W, $\cos \varphi = 0,85$



Ejercicio 6: Una instalación industrial que se alimenta de una red trifásica (380/220 V) dispone de los siguientes receptores:

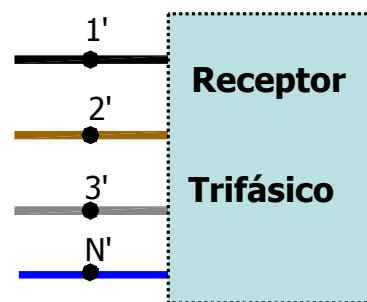
- a) Tres motores trifásicos de 100 CV, $\eta = 92\%$ y $\cos \varphi = 0,8$
- b) 25 motores trifásicos de 10 CV, $\eta = 80\%$ y $\cos \varphi = 0,75$
- c) 90 calefactores monofásicos de 380 V, 1200 W
- d) 600 tubos fluorescentes de alumbrado de 220 V, 60 W, $\cos \varphi = 0,85$

Solución:

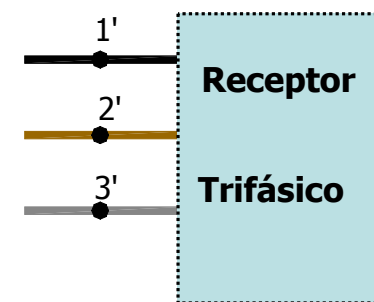


Medida de potencia en sistemas trifásicos

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:



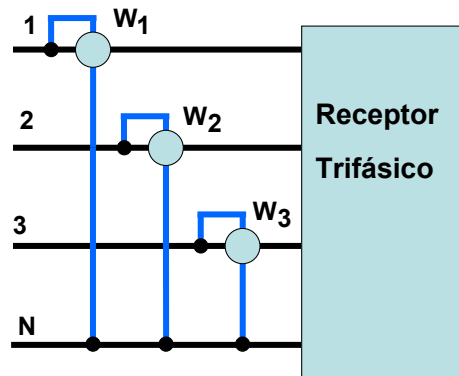
Distribución Trifásica a Cuatro Hilos



Distribución Trifásica a tres Hilos

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

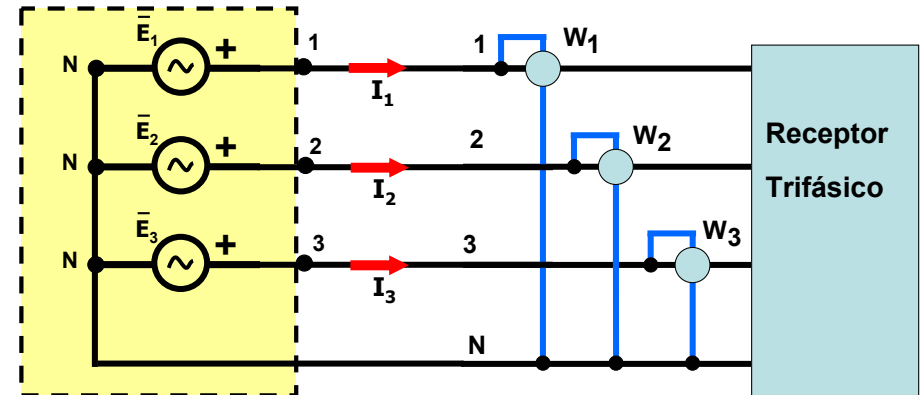
Receptor Trifásico a Cuatro Hilos:



$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Receptor Trifásico a Cuatro Hilos:



$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

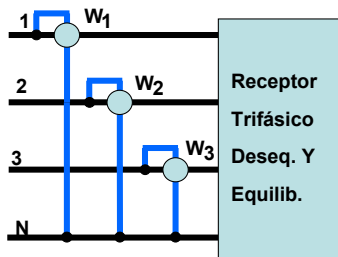
Si el receptor es equilibrado :

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = I_2 = I_3 \\ \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 \end{array} \right\} \Rightarrow W_1 = W_2 = W_3 = W \Rightarrow P = 3W$$

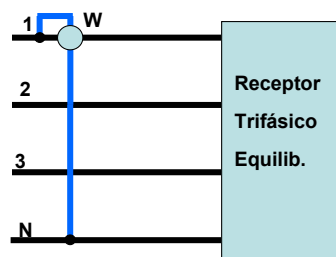
9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Receptor Trifásico a Cuatro Hilos:

RESUMEN



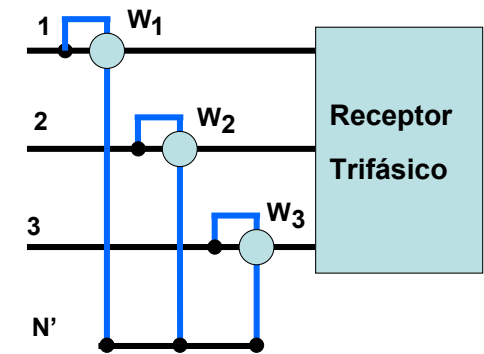
$$P = W_1 + W_2 + W_3$$



$$P = 3W$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

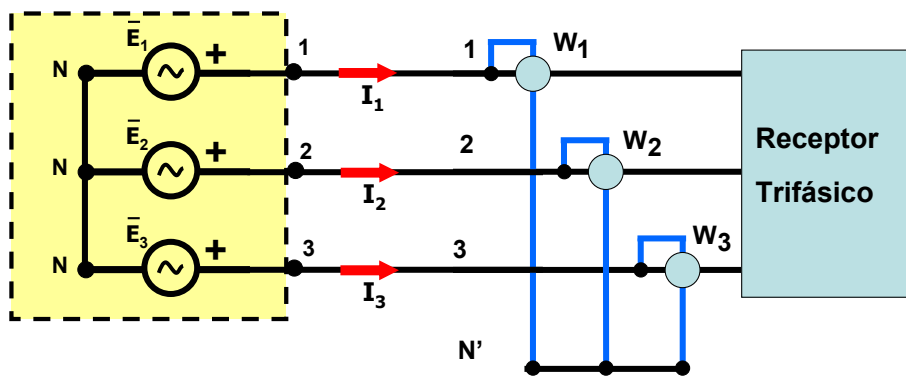
Receptor Trifásico a tres hilos:



$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

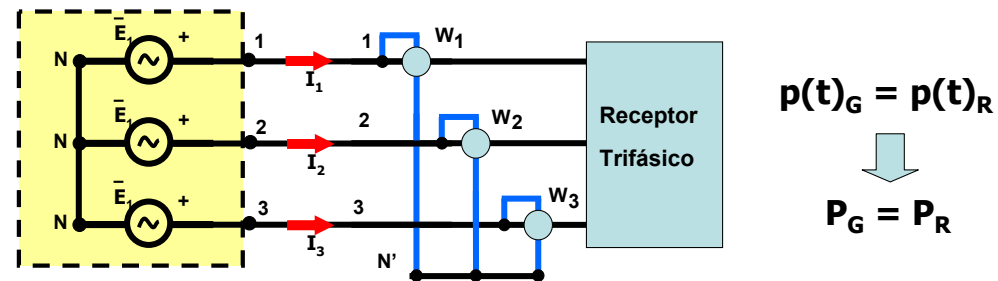
9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Receptor Trifásico a tres hilos:



$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:



$$p_g(t) = u_{1N}i_1 + u_{2N}i_2 + u_{3N}i_3 \quad \Rightarrow \quad p_{w1}(t) = u_{1N}i_1 = u_{1N}i_1 + u_{NN}i_1$$

$$\Rightarrow \quad p_{w2}(t) = u_{2N}i_2 = u_{2N}i_2 + u_{NN}i_2$$

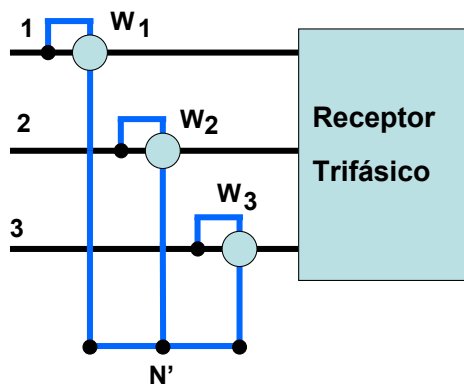
$$\Rightarrow \quad p_{w3}(t) = u_{3N}i_3 = u_{3N}i_3 + u_{NN}i_3$$

$$p_w(t) = u_{1N}i_1 + u_{2N}i_2 + u_{3N}i_3 + u_{NN}(i_1 + i_2 + i_3) = u_{1N}i_1 + u_{2N}i_2 + u_{3N}i_3$$

$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

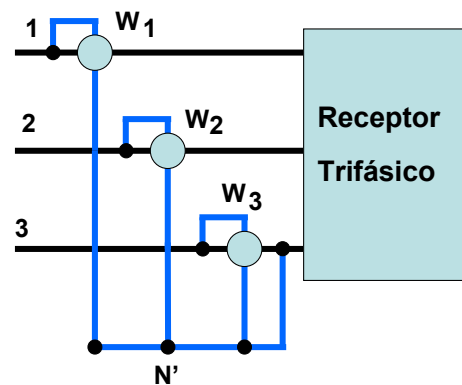
Principio de los dos vatímetros: Método de Aron



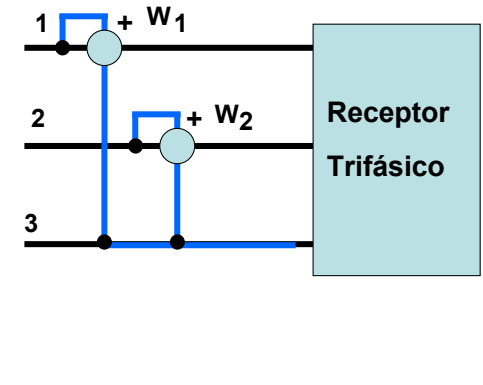
$$P = W_1 + W_2 + W_3$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros: Método de Aron



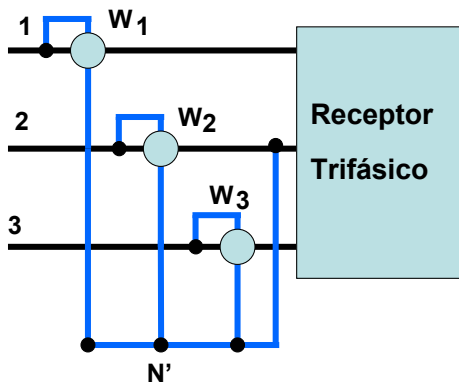
$$P = W_1 + W_2 + W_3$$



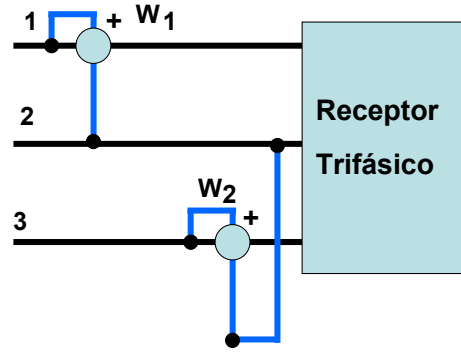
$$P = W_1 + W_2$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros: Método de Aron



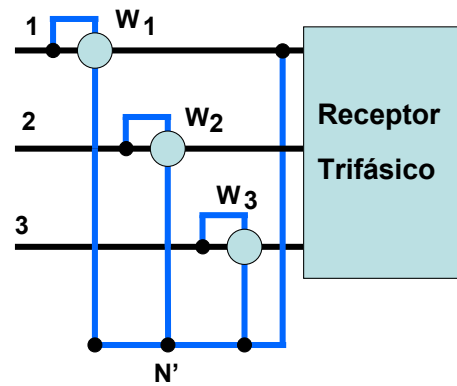
$$P = W_1 + W_2 + W_3$$



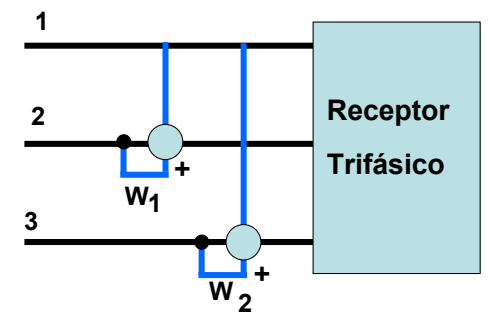
$$P = W_1 + W_2$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros: Método de Aron



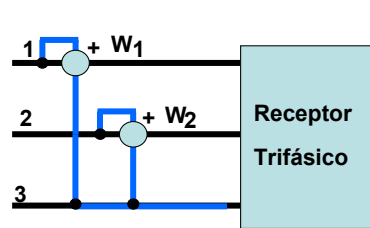
$$P = W_1 + W_2 + W_3$$



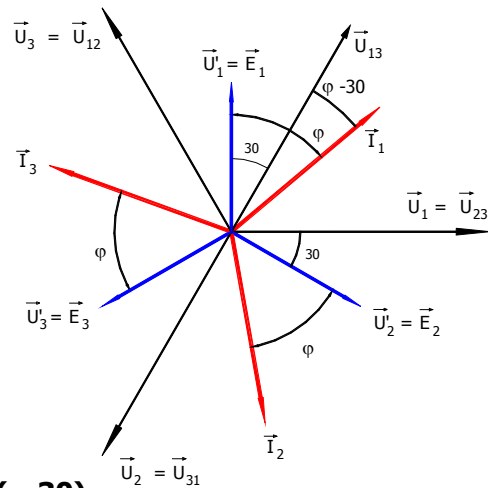
$$P = W_1 + W_2$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros aplicados a un sistema equilibrado:



$$P = W_1 + W_2$$



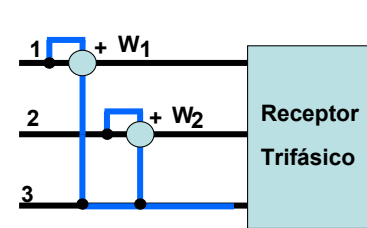
$$W_1 = U_{12} I_1 \cos(\angle U_{12}, I_1) = U_L I_L \cos(\varphi - 30^\circ)$$

$$W_2 = U_{23} I_2 \cos(\angle U_{23}, I_2) = U_L I_L \cos(\varphi + 30^\circ)$$

$$P_T = W_1 + W_2 = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros aplicados a un sistema equilibrado:



$$P = W_1 + W_2$$

$$W_1 = U_L I_L \cos(\varphi - 30^\circ)$$

$$W_2 = U_L I_L \cos(\varphi + 30^\circ)$$

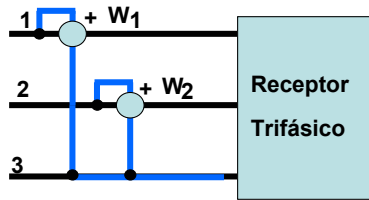
$$W_1 = U_L I_L \cos(\varphi - 30^\circ) = U_L I_L \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi + \frac{1}{2} \sin \varphi \right)$$

$$W_2 = U_L I_L \cos(\varphi + 30^\circ) = U_L I_L \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \right)$$

$$P_T = W_1 + W_2 = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \quad \text{Correcto}$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros aplicados a un sistema equilibrado:



$$W_1 = U_L I_L \cos(\varphi - 30)$$

$$W_2 = U_L I_L \cos(\varphi + 30)$$

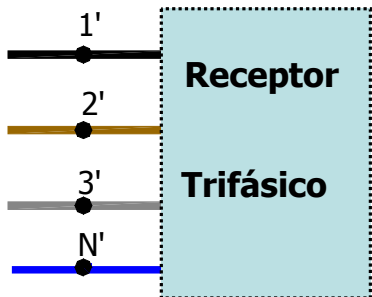
$$P = W_1 + W_2$$

$$W_1 = U_L I_L \cos(\varphi - 30) = U_L I_L \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi + \frac{1}{2} \operatorname{sen} \varphi \right)$$

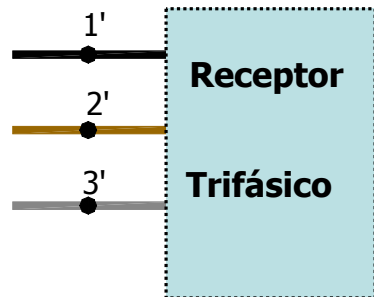
$$W_2 = U_L I_L \cos(\varphi + 30) = U_L I_L \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \operatorname{sen} \varphi \right)$$

$$W_1 - W_2 = 0 + U_L I_L \operatorname{sen} \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

9.4. Medida de potencia reactiva en sistemas trifásicos:



Distribución Trifásica a Cuatro Hilos

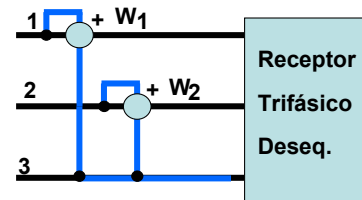


Distribución Trifásica a tres Hilos

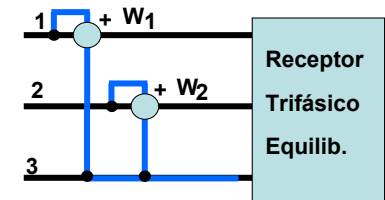
9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Principio de los dos vatímetros: Método de Aron

RESUMEN



$$P = W_1 + W_2$$



$$P = W_1 + W_2$$

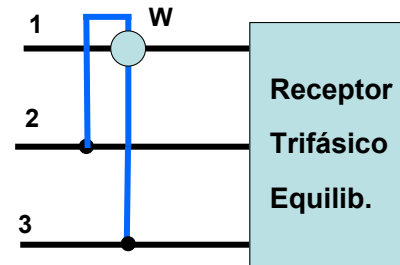
$$Q = \sqrt{3} (W_1 - W_2)$$

$$W_1 = U_L I_L \cos(\varphi - 30)$$

$$W_2 = U_L I_L \cos(\varphi + 30)$$

9.4. Medida de potencia reactiva en sistemas trifásicos:

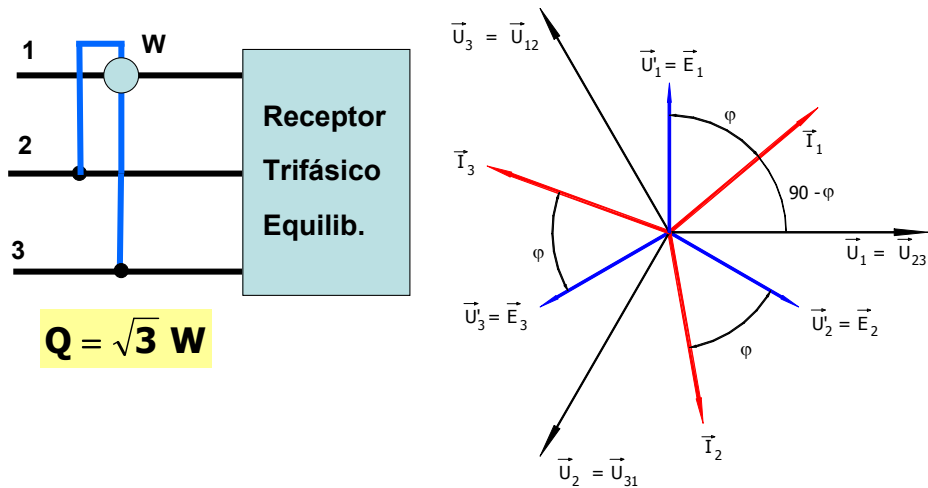
Receptor Trifásico a tres hilos equilibrado:



$$Q = \sqrt{3} W$$

9.4. Medida de potencia reactiva en sistemas trifásicos:

Receptor Trifásico a tres hilos equilibrado:

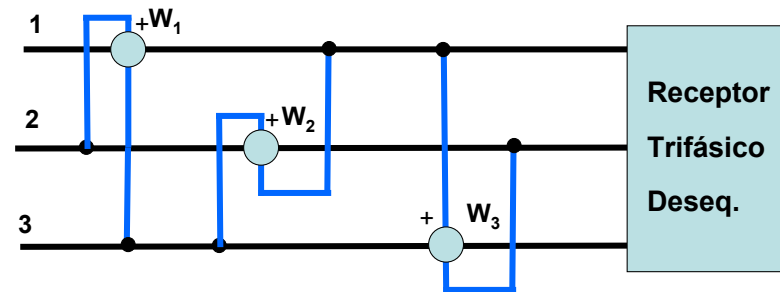


$$Q = \sqrt{3} W$$

$$W = U_{23} I_1 \cos(U_{23}, I_1) = U_L I_L \cos(90 - \varphi) = U_L I_L \text{sen } \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$$

9.4. Medida de potencia reactiva en sistemas trifásicos:

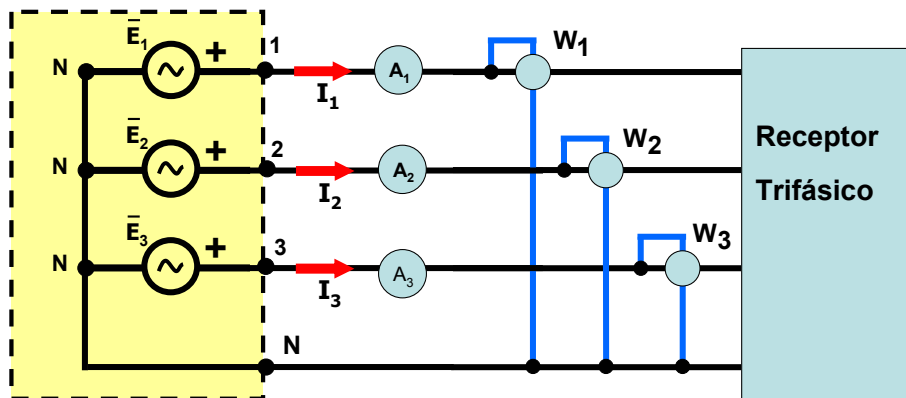
Receptor Trifásico a tres hilos desequilibrado:



$$Q = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{\sqrt{3}}$$

9.3. Medida de potencia activa en sistemas trifásicos:

Receptor Trifásico a Cuatro Hilos:



$$P_1 = W_1 = U_F I_1 \cos(\varphi_1) \Rightarrow \cos(\varphi_1) \Rightarrow \text{sen}(\varphi_1) \Rightarrow Q_1 = U_F I_1 \text{sen}(\varphi_1)$$

$$P_2 = W_2 = U_F I_2 \cos(\varphi_2) \Rightarrow \cos(\varphi_2) \Rightarrow \text{sen}(\varphi_2) \Rightarrow Q_2 = U_F I_2 \text{sen}(\varphi_2)$$

$$P_3 = W_3 = U_F I_3 \cos(\varphi_3) \Rightarrow \cos(\varphi_3) \Rightarrow \text{sen}(\varphi_3) \Rightarrow Q_3 = U_F I_3 \text{sen}(\varphi_3)$$

$$P_T = W_1 + W_2 + W_3 \qquad Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Equipos electrónicos de medida en sistemas trifásicos:

